

دانشگاه زنجان^۱

University of Zanjan

کاربرد تحلیل بیز در روش آمار رویدادی برای پیش‌بینی شراره‌های خورشیدی

عباس رابونیک^۲

حسین صفری^۳

۲۴ خرداد ۱۳۹۴

^۱University of Zanjan, University Blvd., 45371-38791, Zanjan, I. R. Iran Tel: +98 (24) 33051, Email: info@znu.ac.ir

^۲Abbas Raboonik, E-mail: afshin.raboonik@znu.ac.ir

^۳Hossein Safari, E-mail: safari@znu.ac.ir

فهرست مطالب

۳	۱	درآمدی بر روش‌های بیزی
۳	۱.۱	قضیه بیز
۴	۲.۱	تخمین پارامتر بیزی
۵	۳.۱	آزمایش الگوهای بیزی
۵	۴.۱	آیا سکه منصف است؟
۷	۲	به‌کارگیری روش بیزی برای پیش‌بینی شراره‌های خورشیدی
۷	۱.۲	آشنایی
۸	۲.۲	روش آمار رویدادی
۱۳	۳	پیش‌بینی شراره‌های کل قرص خورشید بر مبنای داده‌های ثبت شده در ماهواره <i>GOES</i>
۱۵	۱.۳	آزمایش روش آمار رویدادی

چکیده

روشهای بیزی یک راه حل سیستماتیک برای استدلال استقرایی و تحلیل داده در علم را فراهم می‌آورند. این بخش یک دوره آموزشی از تحلیل بیزی با تاکید بر ارتباط آن با روش‌های مرسوم ارائه می‌کند. سپس کاربردی از آن برای پیش‌بینی شراره‌ها شرح داده می‌شود.

۱ درآمدی بر روش‌های بیزی

۱.۱ قضیه بیز

دو گزاره X و Y که می‌توانند درست یا غلط باشند را در نظر بگیرید. احتمال اینکه هر دوی آنها درست باشند را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$P(X, Y) = P(X \cap Y) = P(X | Y)P(Y) = P(Y | X)P(X), \quad (1.1)$$

که در آن $P(X, Y)$ احتمال درست بودن X است به شرط آن که Y اتفاق افتاده باشد. درواقع می‌توان چنین تعبیر کرد که اگر در جهانی باشیم که در آن Y اتفاق افتاده است، آنگاه احتمال روی دادن X چقدر است (احتمال شرطی). کشیش اعظم کلیسا توماس بیز معادله (۱.۱) را برای استدلال و تجزیه و تحلیل، به وسیله مشخص کردن یکی از گزاره‌ها با یک الگو (که با حرف H نشان می‌دهیم) و بقیه را با استفاده از داده‌های موجود (که با حرف D نشان می‌دهیم) به کار برد و این معادله را به شکل زیر بازنویسی کرد

$$P(H | D) = \frac{P(D | H)P(H)}{P(D)}. \quad (1.2)$$

مثال: بر اساس آمارهای موجود آزمایشگاهی در ۹۰ درصد موارد بیماری معینی را توانسته است به درستی تشخیص دهد. این بیماری ۲ درصد از افراد جامعه را مبتلا کرده است. لیکن آزمایشگاه در آزمایشی که بر روی یک نمونه تصادفی از افراد جامعه انجام داده ۳ درصد آنها را بیمار یافته است. حال اگر آزمایشگاه شخص مشکوکی را بیمار تشخیص دهد به این تشخیص چند درصد می‌توان اعتماد کرد؟

احتمال اینکه آزمایشگاه تشخیص درست بدهد که فرد A مبتلا است $P(T^+ | A^+) = 0.9$

احتمال اینکه آزمایشگاه تشخیص درست بدهد که فرد A سالم است $P(T^- | A^-) = 0.9$

اطلاعات قبلی‌ای که از مساله داریم $P(A^+) = 0.2$

$P(A^-) = 1 - P(A^+) = 0.98$

شواهدی که از داده‌ها به دست آمده $P(T^+) = 0.03$

سوال در واقع این است: اگر در دنیایی باشیم که در آن آزمایشگاه یک فرد را بیمار تشخیص داده باشد، احتمال اینکه این تشخیص درست باشد چقدر است؟

$$P(A^+ | T^+) = \frac{P(A^+ \cap T^+)}{P(T^+)} = \frac{P(A^+)P(T^+ | A^+)}{P(T^+)} = \frac{0.2 \times 0.9}{0.03} = 0.6$$

در بسیاری از موارد نادیده گرفتن مخرج کسر در رابطه (۱.۲)، یعنی تابع شواهد، مشکلی ایجاد نمی‌کند و شکل تناسبی این معادله کفایت می‌کند

$$P(H | D) \propto P(D | H)P(H), \quad (1.3)$$

سپس لزوم ارضای شرط نرمالیزه شدن روی تمام الگوهای ممکن ضریب تناسب را خواهد داد

$$\sum_{i=1}^{\text{تمام حالتها}} P(H_i | D) = 1. \quad (1.4)$$

به عباراتی که در رابطه (۱.۲) ظاهر می‌شوند نام‌هایی اختصاص داده می‌شود: $P(H | D)$ ، تابع احتمال پسین^۱ نامیده می‌شود، $P(D | H)$ تابع همسایگی^۲، $P(H)$ تابع پیشین^۳ و $P(D)$ برخی از اوقات تابع شواهد^۴ نامیده می‌شوند. روابط (۱.۲) یا (۱.۳) را می‌توان به‌عنوان جملاتی مثل: "چطور یک تخمین اولیه از احتمال یک الگو (تابع پیشین) توسط اطلاعات جدیدی که توسط داده فراهم می‌شوند (تابع همسایگی) بهینه می‌شود تا یک تخمین جدید از احتمال درست بودن (تطبیق داشتن الگو با داده) الگو یعنی همان تابع احتمال پسین را به‌دست دهد" تعبیر کرد. رابطه (۱.۱) یک حقیقت درباره احتمالات شرطی است. اگرچه در به‌کارگیری این رابطه جهت استنتاج وقایع مورد نظر برخی مجادله‌ها و عدم اتفاق نظر، بخاطر مداخله اطلاعات فردی^۵، که در ذات انتخاب تابع احتمال پیشین نهفته است وجود دارد. دلیل این امر آن است که احتمالی که یک فرد به درست بودن یک الگو نسبت می‌دهد - یعنی همان تابع پیشین - ممکن است با احتمال شخص دیگری همخوان نباشد.

۲.۱ تخمین پارامتر بیزی

در استدلال علمی دو مساله پایه‌ای مطرح است: تخمین پارامترهای الگویی که ارائه می‌شود، که عبارت است از انتخاب بهترین مقدار برای پارامتر یک الگوی مفروض، و آزمون فرضیه‌ها^۶ یا انتخاب الگو، که عبارت است از تصمیم‌گیری بین الگوهای رقیب. ابتدا به مساله تخمین پارامتر می‌پردازیم. رویکرد اصولی این است که الگوی H را براساس پارامترهای این الگو که با $\vec{\theta}$ نشان می‌دهیم بیان کنیم.

$$\vec{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N],$$

شکل تابع همسایگی، $P(D | \vec{\theta})$ ، باید براساس این پارامترها و بر پایه الگوی مربوطه و جزئیات احتمالی در مورد اینکه داده‌ها چگونه تهیه شده‌اند مشخص می‌شود. همچنین تابع همسایگی ممکن است شامل عدم قطعیت‌های مشاهده‌ای باشد. تابع احتمال پیشین، $P(\vec{\theta})$ ، نیز باید بر پایه دانش موجود قبل از مشاهده انتخاب شود. آنگاه می‌توان از قضیه بیز استفاده کرد و نوشت

$$P(\vec{\theta} | D) \propto P(D | \vec{\theta})P(\vec{\theta}), \quad (۱.۵)$$

که این رابطه تابع پسین را به‌عنوان تابعی از پارامترهای الگو ارائه می‌دهد. در بسیاری از موارد این تابع پسین تنها یک بیشینه خواهد داشت، و مقادیر پارامترهای متناظر با این بیشینه بهترین تخمین برای پارامترها را فراهم می‌آورند. پهنای تابع پسین در همسایگی این بیشینه (میزان جایگزیده بودن بیشینه) یک تخمین از عدم قطعیت‌ها در بهترین تخمین را به‌دست می‌دهد. اگر فقط به دنبال یک پارامتر باشیم، مثلاً θ_1 آنگاه این امکان وجود دارد که روی تمام پارامترهای دیگر انتگرال بگیریم تا یک تابع پسین تک پارامتر استخراج شود

$$P(\theta_1 | D) = \int P(\vec{\theta} | D) d\theta_2 d\theta_3 \dots d\theta_N, \quad (۱.۶)$$

این فرایند انتگرال‌گیری روی تمام پارامترهای ناخواسته یا مزاحم پارامتر زدایی^۷ نام دارد. در روش بیزی تابع پسین حاوی اطلاعات کاملی از پارامترها است. راه‌های زیادی برای به‌دست آوردن بهترین تخمین برای پارامترها وجود دارد. یکی از این راه‌ها مقدار چشمداشتی است که اغلب مورد استفاده قرار می‌گیرد. مقدار چشمداشتی یک تابع دلخواه مثلاً، $f(\theta_1)$ ، با رابطه

$$E[f(\theta_1)] = \int f(\theta_1) P(\theta_1 | D) d\theta_1, \quad (۱.۷)$$

یا

$$E[f(\theta_1)] = \int f(\theta_1) P(\vec{\theta} | D) d\vec{\theta}, \quad (۱.۸)$$

^۱Posterior

^۲Likelihood

^۳Prior

^۴Evidence

^۵سوژکتیو

^۶Hypothesis testing

^۷Marginalization

داده می‌شود. مقادیر چشمداشتی از توان‌های اول و دوم θ_1 میانگین و انحراف از معیار را فراهم می‌آورند که از آنها به‌عنوان بهترین تخمین پارامتر θ_1 و عدم قطعیت مربوطه یاد می‌شود

$$\begin{aligned}\theta_{1,est} &= E[\theta_1], \\ \sigma_{1,est}^2 &= E[\theta_1^2] - (E[\theta_1])^2,\end{aligned}\quad (1.9)$$

همچنین از مکان بیشینه تابع پسین (مُد) نیز می‌توان به‌عنوان بهترین تخمین برای پارامتر استفاده کرد

$$\frac{d}{d\theta_1} P(\theta_1 | D)|_{\theta_{1,est}} = 0, \quad (1.10)$$

اگر تابع پسین تقریباً گاوسی باشد، آنگاه می‌توان از فرمول زیر برای تخمین عدم قطعیت متناظر با بهترین تخمین استفاده کرد

$$\sigma_{1,est}^{-2} = -\frac{d^2}{d\theta_1^2} \ln P(\theta_1 | D)|_{\theta_{1,est}}, \quad (1.11)$$

سمت راست این معادله ضریب $\frac{1}{2}(\theta - \theta_{1,est})^2$ در بسط تیلور، $-\ln P(\theta_1 | D)$ ، حول $\theta_{1,est}$ است. σ همان نیم پهنای آشنای تابع گاوسی (انحراف از معیار) است. شکل (۱) این دو رویکرد را برای به‌دست آوردن بهترین تخمین و عدم قطعیت‌ها نشان می‌دهد.

۳.۱ آزمایش الگوهای بیزی

آزمایش الگوهای بیزی شامل نسبت قضیه بیز به ازای دو الگوی مختلف می‌شود. برای دو الگوی رقیب H_1 و H_2 داریم

$$\frac{P(H_1 | D)}{P(H_2 | D)} = \frac{P(D | H_1)P(H_1)}{P(D | H_2)P(H_2)}, \quad (1.12)$$

باید این نکته را در نظر گرفت که توابع شواهد، $P(D)$ ، مربوط به دو الگو چون فقط به داده بستگی دارند و فارغ از الگو هستند از صورت و منجر رابطه حذف شده‌اند و نقشی در مقایسه الگوها ندارند. کسر این توابع پسین یعنی، $O_{12} = \frac{P(H_1 | D)}{P(H_2 | D)}$ ، نسبت پیشامدها^۹ نام دارد و برابر است با نسبت توابع همسایگی ضربدر نسبت توابع پیشین.

۴.۱ آیا سکه منصف است؟

برای اثبات روشهای بیزی در تخمین پارامتر و آزمایش فرضیه‌ها، یک مثال ساده را در نظر می‌گیریم: **پرتاب سکه**. فرض کنید که یک سکه داریم و می‌خواهیم بر پایه مشاهده نتایج حاصل از پرتاب این سکه تعیین کنیم که آیا سکه منصف است یا نه. برای مثال در ۱۰ پرتاب سکه دو بار رو ظاهر می‌شود، آیا سکه منصف است؟

به‌عنوان یک مسئله در تخمین پارامتر بیزی، می‌توان انصاف سکه را با پارامتر θ تعریف کرد که ما آن را به‌عنوان احتمال به‌دست آمدن یک رو در یک مرتبه پرتاب سکه در نظر می‌گیریم. پس برای یک سکه منصف باید داشته باشیم $\theta = \frac{1}{2}$. اگر در n بار پرتاب سکه r بار رو ظاهر شود، تابع همسایگی این داده

(D) با یک توزیع چند جمله‌ای داده می‌شود^۹

$$P(D | \theta) = \frac{n!}{r!(n-r)!} \theta^r (1-\theta)^{n-r}, \quad (1.13)$$

^۹Odds ratio

^۹ از آنجا که θ را احتمال رو آمدن سکه در یک بار پرتاب سکه تعریف کردیم پس احتمال پشت آمدن $(1-\theta)$ است و چون در کل r بار رو و $(n-r)$ بار پشت ظاهر می‌شود و احتمال هر پرتاب مستقل از دیگری است این تابع توزیع به این صورت داده شده.

اگرچه تمام چیزی که نیاز داریم عبارت تناسبی معادله فوق است

$$P(D | \theta) \propto \theta^r (1 - \theta)^{n-r}, \quad (1.14)$$

در استدلال بیزی انتخاب یک تابع پیشین الزامی است تا بیانگر وجود یا عدم وجود دانش قبلی ما در مورد پارامترها در غیاب داده باشد. اگر قبل از پرتاب سکه به نوعی به سکه مشکوک باشیم می توان یک تابع پیشین یکنواخت در نظر گرفت تا بدین وسیله به تمامی مقادیر ممکن θ احتمال یکسانی نسبت دهیم

$$P(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } 0 \leq \theta \leq 1 \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}. \quad (1.15)$$

به گونه ای دیگر اگر به هر شکلی اطمینانی نسبی در مورد انصاف سکه وجود داشته باشد، ولی همچنان خواستار بررسی حالت های دیگر باشیم، می توان مثلاً از یک تابع پیشین گاوسی با قله ای حول $\frac{1}{4}$ در نظر بگیریم

$$P(\theta) \propto \begin{cases} \exp[-\frac{1}{\sigma^2}(\theta - \frac{1}{4})^2] & \text{اگر } 0 \leq \theta \leq 1 \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}, \quad (1.16)$$

در اینصورت تابع پسین برای مسئله توسط حاصلضرب تابع همسایگی و تابع پیشین انتخابی داده می شود:

$$P(\theta | D) \propto \begin{cases} \theta^r (1 - \theta)^{n-r} \times P(\theta) & \text{اگر } 0 \leq \theta \leq 1 \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}, \quad (1.17)$$

و از الزام شرط نرمالیزه شدن، $\int_0^1 P(H | D) dH$ ، برای تعیین ثابت تناسب استفاده می کنیم.

شکل (۲) بیانگر تحولات این تابع پسین برای هر دو انتخاب تابع پیشین است. هر نمودار یک تابع توزیع احتمال را بر حسب θ نشان می دهد. پس از ۱۰ بار پرتاب سکه (نمودار b در شکل ۲)، تابع پسین در حد زیادی پهن است. مقدار، $\theta = 0$ ، کنار گذاشته شده چرا که دو بار "رو" مشاهده شده است. مقداری از θ که بیشتر از 0.7 هستند به میزان کمی محتمل اند اما از آنجا که در مشاهدات "پشت" ظاهر شده، $\theta = 1$ ، کاملاً غیرممکن است. دو انتخاب تابع پیشین به دو نوع تابع پسین که به نوعی متفاوت از هم هستند منتهی شده. بر پایه این مشاهدات دیده می شود که پس از ۱۰۰ بار پرتاب سکه (نمودار c در شکل ۲)، تابع پسین حول بیشینه خودش بسیار باریک تر است. مقداری از θ که کمتر از 0.1 و بیشتر از حدود 0.5 هستند بسیار بعیداند. همچنین دو انتخاب تابع پیشین به توابع پسین تقریباً یکسان منتهی شده است. بر پایه این نتایج در نمودار (c) در شکل (۲)، تخمین معنی دارتری از پارامتر θ می توان ارائه داد و در اینجا نقش تابع پیشین کم رنگ تر است.

برای نشان دادن کمی تر تخمین پارامتر، می توان تابع پیشین یکنواخت را در نظر گرفت که مقدار دهی به آن بطور تحلیلی سراسر است. نرمالیزه شدن تابع پسین با استفاده از انتگرال اوایلر به دست می آید

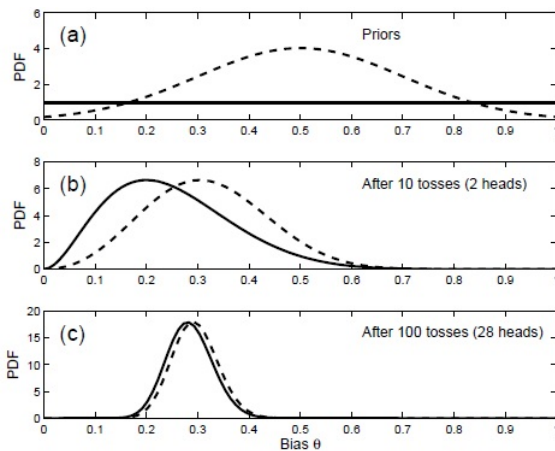
$$\int_0^1 \theta^r (1 - \theta)^{n-r} = \frac{r!(n-r)!}{(n+1)!}, \quad (1.18)$$

پس

$$P(\theta | D) = \frac{(n+1)!}{r!(n-r)!} \theta^r (1 - \theta)^{n-r}, \quad (1.19)$$

مقداریابی معادله (۱.۹) برای این توزیع می دهد

$$\theta_{est} = \frac{r+1}{n+2} \quad \sigma_{est}^2 = \frac{\theta_{est}(1-\theta_{est})}{n+3}, \quad (1.20)$$



شکل ۲: استنتاج به کار رفته بیزی برای پرتاب سکه. نمودار (a) نشان دهنده دو انتخاب ممکن تابع پیشین مربوط به پارامتر θ است: یک تابع پیشین یکنواخت (خط) و یک تابع پیشین گاوسی (خط چین). نمودارهای (b) و (c) به ترتیب نشان دهنده توابع پسین برپایه مشاهدات مربوط به ۱۰ و ۱۰۰ بار پرتاب سکه و کسب ۲ و ۲۸ رو هستند.

نتیجه‌ای که برای θ_{est} به دست آمد به قانون توالی لاپلاس معروف است و توسط لاپلاس برای تخمین احتمال اینکه خورشید فردا طلوع کند استفاده کرد. برای مورد ۲ رو از مجموع ۱۰ پرتاب داریم: $\theta_{est} = ۰/۲۷$ و $\sigma_{est} = ۰/۱۲$ که پیشنهاد می‌کند سکه منصف نیست، اما به این نتیجه نمی‌توان اطمینان کرد چرا که انحراف از معیار σ تقریباً بزرگ است. برای مورد ۲۸ رو از مجموع ۱۰۰ پرتاب داریم: $\theta_{est} = ۰/۲۸$ و $\sigma_{est} = ۰/۰۴۵$ که این بار این نتیجه قابل اعتماد است (بخاطر کوچک بودن σ). همچنین اگر از معادلات (۱.۱۰) و (۱.۱۱) استفاده کنیم خواهیم داشت

$$\theta_{est} = \frac{r}{n} \quad \sigma_{est} = \frac{\theta_{est}(1 - \theta_{est})}{n}, \quad (1.21)$$

برای $r = ۲$ و $n = ۱۰$ داریم: $\theta_{est} = ۰/۲$ و $\sigma_{est} = ۰/۱۳$ و برای $r = ۲۸$ و $n = ۱۰۰$ داریم: $\theta_{est} = ۰/۲۸$ و $\sigma_{est} = ۰/۰۴۵$

به عنوان یک مثال از آزمون فرضیه‌ها این سوال را که آیا بر پایه داده‌های موجود سکه بیشتر مایل به رو آمدن ($\theta > \frac{1}{2}$) است یا پشت آمدن ($\theta < \frac{1}{2}$) در نظر می‌گیریم. به ازای یک تابع پیشین یکنواخت نسبت پیشامدهای دو الگو را می‌توان به صورت تحلیلی به دست آورد

$$O_{ht}(r, n) = \frac{\int_{\frac{1}{2}}^1 \theta^r (1 - \theta)^{n-r} d\theta}{\int_0^1 \theta^r (1 - \theta)^{n-r} d\theta} = \frac{I_{\frac{1}{2}}(n - r + 1, r + 1)}{1 - I_{\frac{1}{2}}(n - r + 1, r + 1)}, \quad (1.22)$$

که در آن $I_x(a, b)$ تابع بتای ناقص است (نسبت پیشامدها در این مثال دقیقاً مشابه معادله ۱.۱۲ نیست چرا که ما از هر دو تابع پسین روی پارامتر θ انتگرال گرفتیم). مقداریابی برای این عبارت در این مثال می‌دهد $O_{ht}(2, 10) = 3/4 \times 10^{-2}$ و $O_{ht}(28, 100) = 4/3 \times 10^{-6}$ برای مورد ۱۰ پرتاب و ظاهر شدن ۲ رو، سکه بیشتر مایل به پشت آمدن است، اگرچه که این نتیجه چندان قابل اطمینان نیست، اما برای مورد ۱۰۰ پرتاب تمایل سکه به پشت آمدن قویاً نتیجه می‌شود.

۲ به کارگیری روش ییزی برای پیش‌بینی شراره‌های خورشیدی

۱.۲ آشنایی

شراره‌های خورشیدی انفجارهای مغناطیسی در بخش خارجی و یونیزه جو خورشید یعنی تاج^{۱۰} خورشید هستند. شراره‌ها در داخل یا اطراف لکه‌های خورشیدی،^{۱۱} جایی که میدان‌های مغناطیسی شدید سطح مرئی خورشید را سوراخ می‌کنند و پلاسمای تاج را همچون نخ به رشته در می‌آورند روی می‌دهند. در زمانی که یک شراره اتفاق می‌افتد بخشی از انرژی ذخیره شده در این میدان مغناطیسی آزاد می‌شود و در قالب ذرات شتابدار، تابش، گرمایش و حرکات کپه‌ای پدیدار می‌شود. مکانیزم مورد قبول برای شراره‌ها باز اتصالی خطوط میدان مغناطیسی است، فرایندی که یک تغییر در نوع اتصال خطوط میدان مغناطیسی را در بر دارد. با این اوصاف، جنبه‌های زیادی از این فرایند همچنان در حد کمی فهم شده‌اند. شراره‌ها بطور ناگهانی ظهور می‌کنند و هیچ نشانه مشخص و همواره صادقی دال بر اینکه شراره‌ای در شرف وقوع است وجود ندارد، در نتیجه پیش‌بینی شراره‌ها احتمالی است. شراره‌های بزرگ مقیاس، آب و هوای زمین و اطرافش را عمیقاً تحت تاثیر قرار می‌دهد. برای مثال ذرات پرانرژی (در محدوده اشعه X نرم^{۱۲}) ناشی از این شراره‌های بزرگ می‌تواند سبب افزایش یونیدگی قسمت بالائی جو زمین شود که این از کار افتادگی تجهیزات مخابراتی را به دنبال خواهد داشت. همچنین این تشعشعات می‌تواند باعث بروز صدمات جدی به سلامت فضانوردان ایستگاه فضایی شوند. این دست مشکلات ناشی از شراره‌های بزرگ انگیزه تلاش برای پیش‌بینی شراره‌ها را محیا می‌سازد. همانطور که گفته شد روش‌های موجود پیش‌بینی احتمالاتی هستند. یک روش مرسوم بر پایه دسته بندی نوری لکه‌های خورشیدی مکیتاش^{۱۳} است، که در آن گروه‌های لکه‌ای را در ۶۰ کلاس مختلف براساس ۳ پارامتر تقسیم بندی می‌کند. نرخ وقوع شراره مشاهده شده در طول یک بازه زمانی برای هر کلاس یک تخمین اولیه برای نرخ شراره‌ای قابل انتظار یک گروه لکه را فراهم می‌آورد.

این رویکرد برای پیش‌بینی‌هایی است که توسط "مرکز محیط زیست فضایی" اداره کل جوی و اقیانوسی ایالات متحده - NOAA - و همینطور ناسا - NASA - با استفاده از سیستم هوشمند و متخصصی که مکیتاش توسعه داد منتشر شده است. کد به کار رفته در این سیستم هوشمند با دسته‌بندی مکیتاش شروع می‌کند، اما همچنین از اطلاعات جانبی نظیر ویژگی‌های دینامیکی رشد لکه، چرخش، توپولوژی میدان مغناطیسی که از روی ساختار لکه‌ها استنتاج می‌شود، دسته بندی مغناطیسی

^{۱۰}Corona

^{۱۱}Sunspots

^{۱۲}Soft X ray

^{۱۳}McIntosh

و فعالیت‌های شراره‌ای گذشته هم استفاده می‌کند. این روش بیش از ۵۰۰ قاعده تصمیم‌گیری از جمله قاعده سرانگشتی^{۱۴} را درگیر می‌کند. دیده شده که انواع مختلفی از ویژگی‌های مناطق فعال در ارتباط تنگاتنگی با فعالیت شراره‌ای هستند و در اصل می‌توان آنها را برای پیش‌بینی شراره‌ها شرکت داد. همچنین نشان داده شده است که بیشتر شراره‌های بزرگ در مناطق فراخ و دارای پیچیدگی مغناطیسی بالا روی می‌دهند. شراره‌ها بطور رایج بر حسب قله شارشان در طول موج‌های اشعه X که توسط ماهواره زمین گرد $GOES$ اندازه‌گیری می‌شود دسته‌بندی می‌شوند. شراره‌هایی که از نظر اندازه متوسط هستند در کلاس رویدادهای M با قله شاری در گستره بزرگتر یا مساوی (10^{-5}wm^{-2}) تا مقادیر کوچکتر یا مساوی (10^{-4}wm^{-2}) دسته‌بندی می‌شوند. شراره‌های بزرگ در کلاس رویدادهای X و با قله شار بزرگتر یا مساوی 10^{-4}wm^{-2} دسته‌بندی می‌شوند. روش پیش‌بینی‌های $NOAA$ بر پایه تعریف و اندازه‌گیری احتمال‌های ϵ_M و ϵ_X است که بترتیب احتمال وقوع حداقل یک رویداد کلاس M و بالاتر و احتمال وقوع حداقل یک رویداد کلاس X و بالاتر در ۲۴ ساعت آینده تعریف می‌شوند. نکته اینجاست که مشکلات زیادی متوجه این دست از روش‌های پیش‌بینی شراره‌هاست. یکی از مشکلاتی که در اینگونه روش‌های بر پایه دسته‌بندی وجود دارد نادیده گرفتن تغییر در نرخ وقوع شراره‌های یک کلاس است. همچنین انتخاب‌ها برای کلاس‌های مختلف فاقد عمومیت‌اند و احتمالاً بر پایه نظرات فردی هستند. برای مثال دسته‌بندی ارائه شده توسط مکی‌تاش به داخواه بنا شده و انتخاب‌های دیگری هم از ۳ پارامتر آن می‌توان داشت و ناظران مختلف ممکن است بر سر یک دسته‌بندی مفروض اتفاق نظر نداشته باشند. انتقادهای مشابهی هم به در بر داشتن اطلاعات جانبی وارد است، برای مثال ویژگی‌های یک منطقه فعال در روش‌های موجود پیش‌بینی. تصمیم‌گیری راجع به این ویژگی‌ها دلخواه است و مشخص نیست که چطور باید از این اطلاعات بدرستی استفاده کرد. یک مقیاس از میزان موفقیت پیش‌بینی یک رویداد احتمالی توسط امتیاز مهارت^{۱۵} فراهم می‌آید که به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$SS(f, x) = 1 - \frac{MSE(f, x)}{MSE(< x >, x)}, \quad (2.1)$$

که در آن f نشان‌دهنده مقدار پیش‌بینی شده و x بیانگر مشاهده (یک برای حالتی که رویداد رویت شده باشد و صفر برای وقتی که رویدادی مشاهده نشده باشد)، $< \dots >$ نشانگر یک میانگین بر روی بازه پیش‌بینی است و

$$MSE(f, x) = \langle (f - x)^2 \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N (f_i - x_i)^2}{N}, \quad (2.2)$$

بیانگر خطای میانگین-مربع^{۱۶} است. امتیاز مهارت یک معیار کمی از بهبود و پیشرفت پیش‌بینی‌ها نسبت به مقدار متوسط پیش‌بینی‌ها را به‌دست می‌دهد. بیشینه مقدار امتیاز مهارت یک است، که مبین بی‌نقص بودن پیش‌بینی است و مقادیر منفی آن نشان می‌دهند که پیش‌بینی‌ها بدتر از متوسط پیش‌بینی‌ها هستند. $NOAA$ آمار میزان موفقیت پیش‌بینی‌هایش را برای سال‌های ۱۹۸۶-۲۰۰۶ منتشر کرده است که مطابق با آن امتیاز مهارت برای پیش‌بینی‌های یک روزه از شراره‌های کلاس X تنها برای ۷ سال از مجموع ۲۱ سال مثبت است.

بهترین شاخص برای پیش‌بینی فعالیت‌های شراره‌ای آینده، بررسی فعالیت‌های شراره‌ای گذشته است. اخیراً ویتلند^{۱۷} یک رویکرد بیزی برای پیش‌بینی شراره‌های خورشیدی ارائه کرده است که بر پایه مشاهدات پیشین شراره‌های بزرگ و کوچک و یک سری قوانین پدیده شناختی معلوم از وقوع شراره‌ها قرار دارد. این رویکرد "آمار رویدادی" این خاصیت را دارد که تنها به فعالیت شراره‌های گذشته وابسته است و از انتخاب‌های فاقد عمومیت که بطور ضمنی در سایر روشهای پیش‌بینی به‌کار رفته است اجتناب می‌کند. این روش به یک برنامه پیش‌بینی اتوماتیک برای پیش‌بینی شراره‌های اشعه X نرم بر اساس لیست رویدادهای خورشیدی $GOES$ تبدیل شده است. بخاطر سادگی و عمومیت روش آمار رویدادی، می‌توان از آن برای فراهم آوردن یک شاخص پیش‌بینی وقوع شراره در کل خورشید بخوبی استفاده کرد. همچنین می‌توان از سایر روش‌های پیش‌بینی، که از اطلاعات جانبی اسفاده می‌کنند، برای بهبود بخشیدن به این شاخص استفاده کرد. این روش در بخش بعدی ارائه داده شده است.

۲.۲ روش آمار رویدادی

مشاهدات قویاً اثبات می‌کنند که وقوع یک شراره از یک توزیع نرخ-اندازه توانی تبعیت می‌کند که در آن منظور از اندازه، برخی اندازه‌گیری‌ها از بزرگی شراره، برای مثال قله شار آن در طول موج اشعه X نرم است. بعبارت دیگر، تعداد رویدادها

^{۱۴}Rules of Thumb

^{۱۵}Skill Score

^{۱۶}Mean-square error

^{۱۷}Wheatland

در واحد زمان و در واحد اندازه S که با $N(S)$ نشان داده می‌شود با رابطه زیر داده می‌شود

$$N(S) = AS^{-\gamma}, \quad (2.3)$$

که در آن γ اندیس تابع توانی است و برای یک S مفروض ثابت و مثبت در نظر گرفته می‌شود. با انتگرال گیری از این رابطه روی تمام مقادیر بزرگتر از یک اندازه انتخابی S_1 خواهیم داشت

$$\lambda_1 = A \int_{S_1}^{\infty} S^{-\gamma} dS, \quad (2.4)$$

این رابطه ثابت A را بر حسب λ_1 (نرخ رویدادهای با اندازه S_1 و بزرگتر از آن) و γ مطابق با رابطه زیر می‌دهد

$$A = \lambda_1(\gamma - 1)S_1^{\gamma-1}, \quad (2.5)$$

پس

$$N(S) = \lambda_1(\gamma - 1)S_1^{\gamma-1}S^{-\gamma} \quad (2.6)$$

برای قله شار شراره‌ای در محدوده طول موج اشعه X ، γ در گستره $1.7-1.9$ اندازه‌گیری شده است. بخاطر اهمیت شراره‌های بزرگ، طبعاً پیش‌بینی آنها است که برای ما مهم است. اگر اندازه رویداد بزرگ مورد نظر را با S_2 نشان دهیم، آنگاه نرخ تغییرات متناظر با آن را می‌توان با λ_2 نشان داد و از رابطه (2.6) می‌توان این نرخ تغییرات را بر حسب λ_1 نوشت:

$$N(S) = \lambda_1(\gamma - 1)S_1^{\gamma-1}S^{-\gamma} \quad (2.7)$$

$$N(S) = \lambda_2(\gamma - 1)S_2^{\gamma-1}S^{-\gamma},$$

پس

$$\lambda_2 = \lambda_1 \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^{\gamma-1}. \quad (2.8)$$

این توزیع قانون توانی از پدیده شناختی شراره‌ها حاصل شده است.

نوع دیگری از توزیع شراره‌ها توزیع تعداد بر حسب زمان آنها است. مشاهده شده که در مقیاس‌های کوتاه زمانی شراره‌ها مطابق با یک توزیع پواسونی وقوع می‌یابند و در مقیاس‌های بلندتر زمانی می‌توان وقوع شراره را توسط یک فرایند پواسونی وابسته به زمان توصیف کرد. با فرض پواسونی بودن توزیع، احتمال وقوع حداقل یک شراره بزرگ در بازه زمانی Δt بطریق زیر به دست می‌آید:

۱. ابتدا احتمال اینکه در این بازه زمانی هیچ رویدادی نباشد را محاسبه می‌کنیم و این احتمال را با $P_0(\Delta t) = P_0(t_1, t_2)$ نشان می‌دهیم. از آنجا که فرایند توزیع پواسونی فرض شده، پس احتمال‌ها در زیر بازه‌های زمانی بین t_1 و t_2 مستقل از هم هستند و احتمال کل در بازه Δt برابر ضرب تک تک این احتمال‌ها است. پس داریم

$$P_0(t_1, t_2 + dt) = \text{احتمال آنکه در بازه زمانی از } t_1 \text{ تا } t_2 \text{ رویدادی نباشد} \times \text{احتمال آنکه در بازه زمانی از } t_2 \text{ تا } t_2 + dt \text{ رویدادی نباشد}$$

$$P_0(t_1, t_2 + dt) = P_0(t_1, t_2) \times [1 - \text{احتمال آنکه در بازه } t_2 \text{ تا } t_2 + dt \text{ یک رویداد باشد}],$$

$$P_0(t_1, t_2 + dt) = P_0(t_1, t_2) \times [1 - \lambda(t_2)dt], \quad (2.9)$$

در نتیجه داریم

$$P_0(t_1, t_2) = e^{-\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t')dt'}, \quad (2.10)$$

که این بیانگر یک فرایند پواسونی وابسته به زمان است. اگر λ در بازه t_1 تا t_2 ثابت باشد خواهیم داشت

$$P_0(t_1, t_2) = P_0(\Delta t) = e^{-\lambda \Delta t}, \quad (2.11)$$

۲. با در دست داشتن احتمال عدم وقوع هیچ رویدادی در بازه Δt برای احتمال وقوع حداقل یک رویداد در بازه مذکور خواهیم داشت

$$\epsilon = 1 - e^{-\lambda \Delta t} \quad (2.12)$$

معادلات (2.8) و (2.12) یک پیش‌بینی ساده‌انگارانه را فراهم می‌آورند (ساده‌انگارانه از این حیث که نرخ تغییرات $\lambda(2)$ در بازه‌های زمانی طولانی عموماً وابسته به زمان است). اگر اندیس قانون توانی γ و همینطور λ_1 که نرخ تغییرات متناسب به رویدادهای کوچک مقیاس است تخمین زده شوند، آنگاه ϵ یعنی احتمال مورد نظر به دست خواهد آمد. اگر وابستگی نرخ تغییرات رویدادهای کوچک یعنی λ_1 به زمان در نظر گرفته شود آنگاه برای عمومی سازی این روش باید یک تابع توزیع پسین $P(\epsilon | D)$ برای پارامتر ناشناخته ϵ با در دست داشتن داده‌های مربوطه ساخت. بطور خاص فرض می‌کنیم که این داده‌ها مجموعه‌ای متوالی است از M رویداد با اندازه‌های $S_1, S_2, \dots, S_M$ (که در آن به ازای همه i ‌های ممکن داریم: $S_i \geq S_1$) که در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = T$ مشاهده شده‌اند. فرض می‌شود رویدادها در زمان‌های $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_M \leq T$ روی دهند. جنبه بیزی این روش متوجه تخمین بهترین مقدار برای γ و λ_1 از روی داده‌های در دسترس است. با فراهم آوردن این شرایط می‌توان تابع پسین را برای λ_2 به طریق زیر ساخت

$$P_2(\lambda_2 | D) = \int_1^\infty d\gamma \int_0^\infty d\lambda_1 P_1(\lambda_1 | D) P_\gamma(\gamma | D) \delta[\lambda_2 - \lambda_1 (\frac{S_1}{S_2})^{\gamma-1}], \quad (2.13)$$

که در آن تغییرات γ مطابق با رابطه (2.8) از 1 شروع می‌شود و جمله دلتای دیراک هم از این حقیقت ناشی می‌شود که تغییرات λ_2 حتماً باید از رابطه (2.8) تبعیت کند (توجه شود که برای ساختن $P_2(\lambda_2 | D)$ از فرایند پارامتر زدایی استفاده شد). از آنجا که طبق رابطه (2.12) می‌توان λ_2 را به عنوان تابعی از ϵ نوشت، پس مجاز است که تابع پسین ϵ را به صورت زیر بنویسیم

$$P_\epsilon(\epsilon | D) = P_2(\lambda_2(\epsilon) | D) \left| \frac{d\lambda_2}{d\epsilon} \right|, \quad (2.14)$$

که در آن با استفاده از (2.12)

$$\lambda_2(\epsilon) = -\frac{\ln(1 - \epsilon)}{T}, \quad (2.15)$$

است. همچنین استنتاج اندیس γ در قانون توانی با استفاده از رابطه (2.6) فراهم می‌آید، که نشان می‌دهد برای تابع همسایگی γ باید داشته باشیم

$$P(D | \gamma) \propto \prod_{i=1}^M (\gamma - 1) \left(\frac{S_i}{S_1}\right)^{-\gamma}. \quad (2.16)$$

از یک تابع پیشین یکنواخت استفاده می‌کنیم. اگر $M \gg 1$ باشد آنگاه تابع همسایگی و پسین دارای قله تیزی در نزدیکی بیشینه همسایگی یا μ د خواهد بود، آنگاه با استفاده از رابطه (1.10) خواهیم داشت

$$\gamma_{ML} = \frac{M}{\ln \pi} + 1 \quad ; \quad \pi = \prod_{i=1}^M \frac{S_i}{S_1}, \quad (2.17)$$

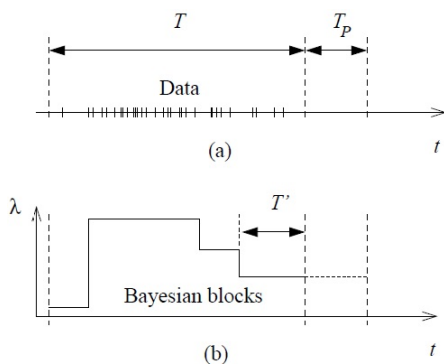
در این حالت یک تقریب مناسب برای تابع پسین $P_\gamma(\gamma | D)$ در معادله (2.13) به وسیله $\delta(\gamma - \gamma_{ML})$ فراهم می‌آید. اما استنتاج λ_1 برای زمانی که این کمیت وابسته به زمان است پیچیده است. روندی که مورد استفاده قرار می‌گیرد تا تخمینی از این کمیت در زمان‌هایی که پیش‌بینی صورت می‌گیرد ارائه دهد روند بیزین بلاک^{۱۸} است. این روند ارائه دهنده یک الگوریتم نقطه تغییر^{۱۹} بیزی برای تجزیه یک فرایند نقطه‌ای^{۲۰} به یک فرایند پواسونی قطعه-گرد^{۲۱} توسط مقایسات پشت سر هم الگوهای پواسونی تک نرخ با دونه‌نرخ است. شکل (3) مبین این روند است.

^{۱۸}Bayesian block procedure

^{۱۹}Change-point

^{۲۰}Point-process

^{۲۱}Piece-wise Poisson process



شکل ۳: طرح شماتیک نحوه اندازه‌گیری نرخ تغییرات توسط بیزین بلاک. نمودار (a) نشان دهنده داده‌ها، بصورت نقاط روی محور زمان در گستره زمانی مشاهدات است و هر نقطه متناظر با یک رویداد است. همچنین بازه‌ای که در آن پیش‌بینی صورت می‌گیرد هم با T_p نشان داده شده است. نمودار (b) تجزیه بیزین بلاکی نرخ تغییرات یعنی λ را نشان می‌دهد. همچنین T' که آخرین بازه زمانی‌ای است که در آن λ ثابت است هم نشان داده شده.

روند بیزین بلاک شامل آزمون فرضیه‌هاست، که در هر قدم آن یک الگوی تک نرخ (ثابت λ_1) با یک الگوی دو نرخ (ثابت λ'_1)؛ ثابت λ'_2) از داده‌ها و برای تمام انتخاب‌های نقاط تغییر (بدیهی است که هر زمان متناظر با هر رویداد در بازه زمانی مشخصی از داده‌های موجود ممکن است یک نقطه تغییر باشد، پس باید در هر قدم تمام این نقاط را در الگوریتم در نظر گرفت) مقایسه می‌شود. اگر الگوی دو نرخ محتمل‌تر بود، آنگاه در قدم بعدی داده‌های هر کدام از زیر بازه‌هایی که از قدم قبل نتیجه شدند دوباره مورد همین آزمایش قرار می‌گیرند تا مشخص شود که آیا این زیر بازه‌ها هم نیاز به شکسته شدن به دو زیر بازه با یک نقطه تغییر دیگر دارند یا نه. اگر در این روند به قسمتی برخوردیم که در آن الگوی تک نرخ از دو نرخ محتمل‌تر بود، یا اگر فقط یک رویداد در آن قسمت بود آنگاه آن قسمت کامل است و نیاز به شکستن آن نیست. این روند آنقدر تکرار می‌شود تا در نهایت یک سری متوالی از بلاک‌های بیزی انتخاب شوند (شکل ۳). همچنین باید به این نکته توجه شود که روند بیزین بلاک به زمان رویدادها در گام‌های زمانی گسسته نیاز دارد. کاری که بیزین بلاک انجام می‌دهد این است که زمان‌هایی که در آن‌ها رویدادی اتفاق افتاده $(t_1, t_2, \dots, t_M)$ را می‌گیرد و زمان‌های متناظر با نقاط تغییر $(t_{B_0} < t_{B_1} < \dots < t_{B_k})$ که در آن‌ها نرخ (λ) تغییر می‌کند و همچنین نرخ‌های مربوط به هر بلاک $(\lambda_{B_1}, \lambda_{B_2}, \dots, \lambda_{B_k})$ را برمی‌گرداند $(t_{B_0}$ و t_{B_k} زمان‌های شروع و پایان داده‌ها هستند). نقاط تغییر، k بلاک بیزی را تعریف می‌کنند که هر بلاک بیزی عبارت است از مستطیلی که با حرکت در راستای عرض آن نرخ (λ) ثابت و طول آن هم بیانگر مقدار نرخ (λ) است.

همانطور که در شکل (۳) نشان داده شده داده‌های D' در بلاک آخر، شامل M' رویداد در بازه زمانی T' است. از آنجا که میدانیم توزیع رویدادها در هر بلاک بیزی یک توزیع پواسونی با نرخ (λ) ثابت است و همچنین توزیع زمان انتظار^{۲۲} فرایندهای پواسونی با نرخ ثابت به صورت، $\lambda e^{-\lambda T}$ است پس می‌توان تابع همسایگی این بلاک را به صورت زیر نوشت

$$P_1(D' | \lambda_1) \propto \lambda_1^{M'} e^{-\lambda_1 T'}, \quad (2.18)$$

برای ساختن تابع پسین $P_1(\lambda_1 | D)$ در معادله (۲.۱۳) علاوه بر تابع همسایگی به یک تابع پیشین هم برای پارامتر λ_1 نیاز است. می‌توان باز هم از یک تابع پیشین یکنواخت استفاده کرد اما، λ ها در بیزین بلاک‌های ماقبل آخرین بلاک حاوی اطلاعاتی در مورد چگونگی تغییرات نرخ هستند، پس می‌توان از آن برای ساخت تابع پیشین $\Lambda(\lambda_1)$ استفاده کرد. رابطه

$$\Lambda(\lambda_1) = a \exp^{-b\lambda_1^c}, \quad (2.19)$$

بر پایه بررسی دقیق توزیع نرخ λ_1 که از تجزیه بیزین بلاکی لیست‌های داده‌های *GOES* سال‌های ۱۹۷۶-۲۰۰۳ حاصل شده، انتخاب شده است. برای محاسبه در این رابطه، از لزوم ارضای شرط برابر بودن ۳ ممان اول الگو با ۳ ممان اول داده‌ها که توسط نتایج بیزین بلاک تخمین زده می‌شود استفاده می‌کنیم. پس باید داشته باشیم

$$\begin{aligned} \int_0^\infty d\lambda_1 \Lambda(\lambda_1) &= 1 \\ \int_0^\infty d\lambda_1 \lambda_1 \Lambda(\lambda_1) &= \frac{\sum_{i \neq k} N_{Bi}}{\sum_{i \neq k} T_{Bi}} \\ \int_0^\infty d\lambda_1 \lambda_1^2 \Lambda(\lambda_1) &= \frac{\sum_{i \neq k} \lambda_{Bi}^2 T_{Bi}}{\sum_{i \neq k} T_{Bi}}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

^{۲۲}Waiting-time distribution

که در آن N_{Bi} و $T_{Bi} = t_{Bi} - t_{B(i-1)}$ نشان‌دهنده تعداد رویدادها و مدت زمان بلاک بیزی $\lambda_{Bi} = \frac{N_{Bi}}{T_{Bi}}$ هستند و همچنین آخرین بلاک از جمع حذف شده است. سه معادله فوق مقادیر a و b و c را بطور یکتا تعیین می‌کنند. به محض مشخص شدن γ_{ML} توسط رابطه (۲.۱۷)، M' ، T' و همین‌طور تابع پیشین $\Lambda(\lambda_1)$ ، می‌توان از معادلات (۲.۱۳) و (۲.۱۴) (یکبار برای $S_M = S_2$ و یکبار برای $S_X = S_2$) برای محاسبه توابع توزیع پسین مورد نظر یعنی $P_M(\epsilon | D)$ و $P_X(\epsilon | D)$ جهت یافتن احتمال وقوع رویدادهای بزرگتر یا مساوی اندازه M و بزرگتر یا مساوی اندازه X استفاده کرد. میانگینی که بر روی پارامتر ϵ_M و ϵ_X توسط این توابع پسین به دست می‌آید بهترین مقدار ممکن برای احتمال‌های متناظر، و دقیقاً همان مقداری است که برای پیش‌بینی به آن نیاز داریم. ϵ_M احتمال آن است که حداقل یک رویداد کلاس M (یا بزرگتر) و ϵ_X احتمال آن است که حداقل یک رویداد کلاس X (یا بزرگتر) در بازه زمانی دلخواه Δt (مثلاً برای حالتی که می‌خواهیم احتمال وقوع رویداد را برای ۲۴ ساعت آینده محاسبه کنیم $\Delta = 24h$) روی دهد.

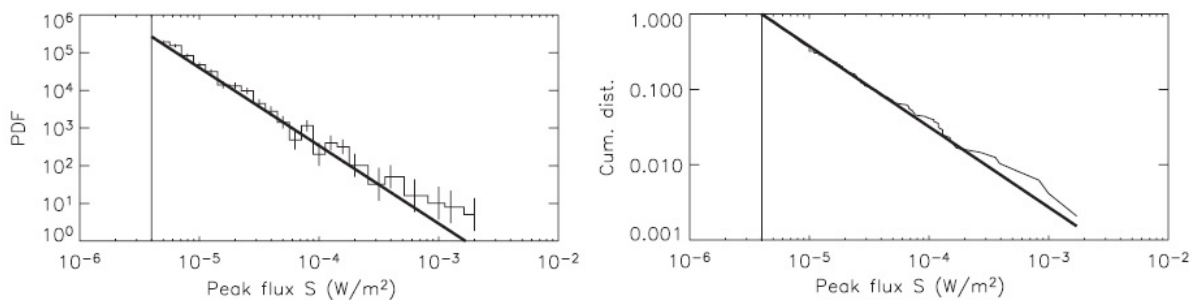
$$\epsilon_M = \int_0^1 d\epsilon \epsilon P_M(\epsilon | D) \quad (2.21)$$

$$\epsilon_X = \int_0^1 d\epsilon \epsilon P_X(\epsilon | D).$$

عدم قطعیت‌های متناظر σ_M و σ_X را هم می‌توان به روش معمول از طریق ممان‌های اول و دوم ϵ توسط توابع پسین متناظرشان و مطابق با رابطه (۱.۹) محاسبه نمود. کمیت مورد علاقه دیگر احتمال وقوع حداقل یک شراره با گستره قله شار دلخواه است. فرض کنیم می‌خواهیم این احتمال را برای شراره کلاس M که قله شار آن بزرگتر یا مساوی (10^{-5}wm^{-2}) و کوچکتر از (10^{-4}wm^{-2}) است محاسبه کنیم. برای اجتناب از ابهام ما از رویدادهای با قله شار در این گستره به عنوان شراره‌های کلاس $M - X$ یاد می‌کنیم. اگر ϵ' توصیف کننده احتمال وقوع حداقل یک رویداد کلاس M و ϵ'' بیانگر احتمال وقوع حداقل یک رویداد کلاس X باشد، آنگاه احتمال مورد نظر ما، $\epsilon = \epsilon' - \epsilon''$ ، است. اگر تابع پسین متناظر با این احتمال را با $P_{M-X}(\epsilon | D)$ نشان دهیم خواهیم داشت

$$P_{M-X}(\epsilon | D) = \int_0^1 d\epsilon' \int_0^1 d\epsilon'' \delta(\epsilon - \epsilon' + \epsilon'') P_M(\epsilon') P_X(\epsilon'') = \int_0^1 d\epsilon' P_M(\epsilon') P_X(\epsilon' - \epsilon), \quad (2.22)$$

که باز هم می‌توان با گرفتن ممان اول و دوم از ϵ با استفاده از تابع پسین فوق مقدار میانگین ϵ_{M-X} و عدم قطعیت σ_{M-X} را محاسبه کرد.

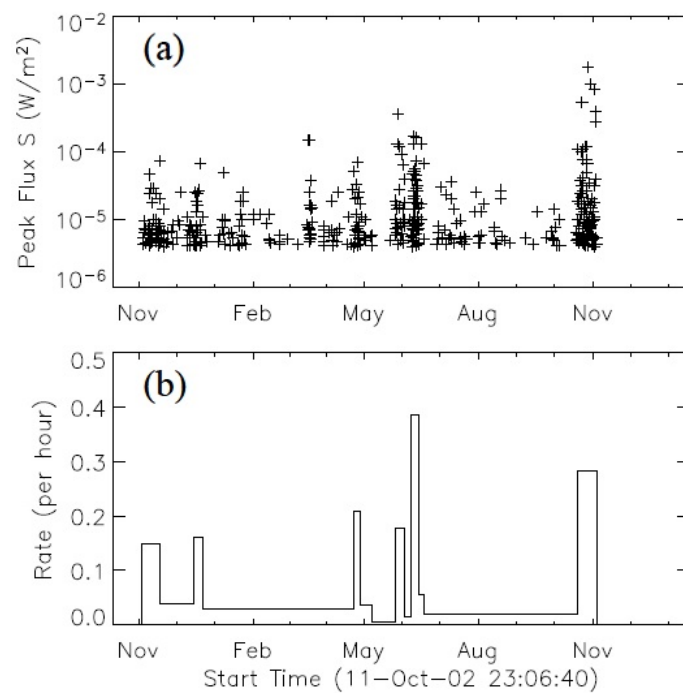


شکل ۴: (چپ) تابع توزیع احتمال برای قله شار ۸ - ۱ آنگستروم رویدادهای *GOES* بالای شار آستانه یک سال قبل از ۴ نوامبر ۲۰۰۳. (راست) توزیع انباشته.

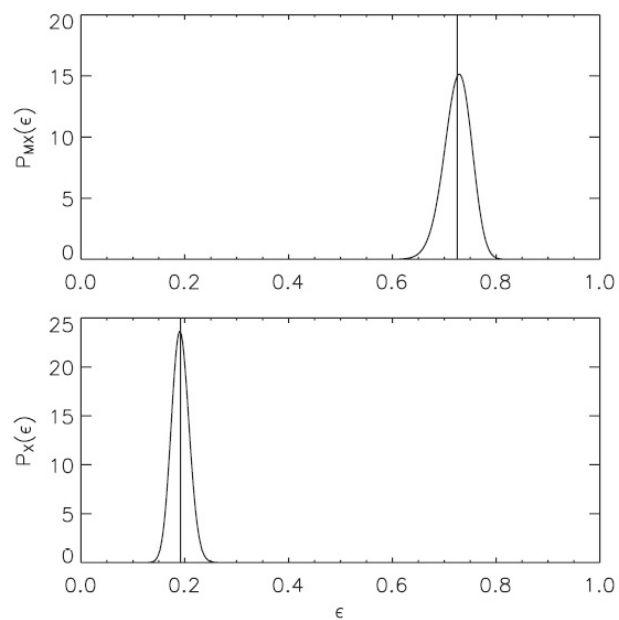
۳ پیش‌بینی شراره‌های کل قرص خورشید بر مبنای داده‌های ثبت شده در ماهواره *GOES*

برای اثبات کاربرد این روش، پیش‌بینی واقعه ساعت ۱۲ بامداد ۴ نوامبر ۲۰۰۳ را بررسی می‌کنیم. بزرگترین شراره اشعه X نرمی که در لیست داده‌های ماهواره *GOES* از سال ۱۹۷۵ تا ۲۰۰۴ به ثبت رسیده در آن روز به وقوع پیوست. این رویداد آشکارسازهای *GOES* را اشباع کرد، اما *NOAA* تخمین زد که این شراره از نوع X_{28} با قله شار $2.8 \times 10^{-3} \text{ W m}^{-2}$ در باند $1 - 8 \text{ \AA}$ است. این شار پر قدرت اشعه X که توسط این شراره به وجود آمد سبب افت ارتفاع شدید ناحیه D از یون‌کره شد که این امر پیشنهاد می‌کرد این شراره از نوع X_{45} است. شکل‌های (۴) و (۵) و (۶) نشان‌دهنده فرایند پیش‌بینی برای این روز هستند. شکل (۴) نشان‌دهنده توزیع اندازه رویدادها، برای یک سال (قبل از ساعت ۱۲ بامداد ۴ نوامبر ۲۰۰۳) از مجموعه داده‌هایی که برای پیش‌بینی مورد استفاده قرار گرفته‌اند است. تنها رویدادهای با شاری بیشتر از شار آستانه یعنی $S_1 = 4 \times 10^{-6} \text{ W m}^{-2}$ (که با خط عمودی نشان داده شده است) به تصویر کشیده شده‌اند. داده مربوط به این سال در کل شامل ۴۸۰ رویداد می‌شود. قاب سمت چپ نشان‌دهنده تابع توزیع احتمال *PDF* و قاب سمت راست نمایانگر توزیع انباشته است. مدل قانون توانی (با اندیس بیشینه همسایگی $\gamma_{ML} = 2.07 \pm 0.05$) توسط یک خط پررنگ نشان داده شده است. باید به این نکته توجه کرد که این مقدار γ_{ML} به‌طور چشم‌گیری از سایر مقادیری که برای توزیع قله شار در متون مرتبط (که در آنها مقدار γ_{ML} بین ۱.۷ تا ۱.۹ است) می‌توان یافت بزرگتر است. دلیل این امر این است که ما شار پس‌زمینه را از داده‌مان حذف نکردیم، اما این کار را به‌منظور محقق کردن هدفی انجام دادیم و آن اینکه می‌خواهیم در اینجا یک پیش‌بینی از شار کل ارائه دهیم که باید شامل تابش پس‌زمینه هم بشود.

شکل (۱.۵) نشان‌دهنده فرایند بیزین بلاک بکارگیری شده برای داده‌ها را نشان می‌دهد. قاب (a) ۴۸۰ رویداد را به‌وسیله قله شار آنها بر حسب زمان نشان می‌دهد. قاب (b) تجزیه داده‌ها به بلوکهای بیزی را نشان می‌دهد. در کل این داده‌ها به ۱۳ بلوک تقسیم می‌شوند (یادمان باشد که در هر بلوک پارامتر نرخ ثابت است) و آخرین بلوک دارای بازه زمانی $T = 15$ روز و شامل $M' = 104$ رویداد می‌شود. شکل (۶) توابع پسین مربوط به پیش‌بینی‌ها را نشان می‌دهد. قاب بالا منحنی مربوط به ϵ_{M-X} (احتمال وقوع حداقل یک رویداد کلاس $M-X$ در بازه زمانی ۲۴ ساعت روز ۴ نوامبر ۲۰۰۳) و قاب پایین منحنی مربوط به ϵ_X (احتمال وقوع حداقل یک رویداد کلاس X در بازه زمانی ۲۴ ساعت روز ۴ نوامبر ۲۰۰۳) است. بهترین تخمین از این پارامترها به‌وسیله خطوط عمودی نشان داده شده است که برای آنها داریم: $\epsilon_{M-X} = 0.73 \pm 0.03$ و $\epsilon_X = 0.19 \pm 0.02$. این مقادیر تقریباً بزرگ‌اند و بازتاب دهنده نرخ بالای فعالیت شراره‌ای آن اواخر هستند. اما با این اوصاف، این مقادیر همچنین مبین برخی محدودیت‌ها در پیش‌بینی نیز هستند که یکی از آنها این است که پیش‌بینی به‌عمل آمده تنها ۲۰ درصد احتمال وقوع یک شراره کلاس X را برای روز ۴ نوامبر ۲۰۰۳ برآورد می‌کند، در حالی که بزرگترین شراره ۳ قرن گذشته در شرف وقوع بود (۳ رویداد کلاس M هم برای آن روز به ثبت رسیده است).



شکل ۵: روش بیزین بلاک بکار گرفته شده برای داده‌های *GOES* یک سال قبل از ۴ نوامبر ۲۰۰۳.



شکل ۶: توابع توزیع پسین مربوط به پیش‌بینی‌های انجام شده برای ۴ نوامبر ۲۰۰۳. (قاب بالایی) نشان‌دهنده تابع توزیع پسین برای احتمال رویدادهای $M - X$ ۴ نوامبر ۲۰۰۳. (قاب پایینی) نمایان‌گر تابع توزیع پسین برای احتمال رویدادهای X همان روز.

۱.۳ آزمایش روش آمار رویدادی

نتایج بکارگیری این روش برای داده‌های *GOES* مربوط به کل قرص خورشید سال‌های ۱۹۷۶ تا ۲۰۰۳ مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. برای هر روز یک پیش‌بینی براساس یک سال داده قبل آن روز انجام شد و آخرین روز این روند، که پیش‌بینی رویدادهای آن برای ما از اهمیت ویژه برخوردار است، ۴ نوامبر ۲۰۰۳ است. بعد از آن مقایساتی صورت گرفت که آیا رویدادهای پیش‌بینی شده به ازای هر روز واقعا اتفاق افتاده است یا نه، و بدین طریق میزان موفقیت این روش در مقایسه با شیوه *NOAA* ارزیابی شد.

جدول ۱: مقایسه با پیش‌بینی‌های *NOAA* برای سال‌های ۱۹۸۷ تا ۲۰۰۳

	روش آمار رویدادی		روش <i>NOAA</i>	
	$M - X$	X	$M - X$	X
$MSE(f, x)$	۰/۱۴۳	۰/۰۳۱	۰/۱۳۹	۰/۰۳۲
$SS(f, x)$	۰/۲۵۸	۰/۰۷۸	۰/۲۶۲	-۰/۰۰۶

جدول (۱) آمار پیش‌بینی‌ها برای سال‌های ۱۹۸۷ تا ۲۰۰۳ را ارائه می‌دهد. آمار مربوط به پیش‌بینی‌های *NOAA* هم برای این سال‌ها در دسترس است. در این جدول مقادیر مربوط به خطای میانگین مربع (۲.۲) و امتیاز مهارت (۲.۱) موجود است. مقایسه امتیاز مهارتی که این دو کسب کرده‌اند نشان می‌دهد که روش آمار رویدادی نتایج قابل مقایسه‌ای با روش *NOAA* و حتی بهتر از آن ارائه می‌دهد.

مراجع

- [۱] (۲۰۰۶) *M. Wheatland, Bayesian Data Analysis, World Scientific Review. cips ۰۸ proc msw*,
- [۲] (۲۰۰۵) *M. Wheatland, A statistical solar flare forecast method, Space Weather. ۳, S۰۷۰۰۳*.